



**Олимпиада  
Юношеской математической школы  
II тур. 4 декабря 2016 года  
8 класс. Основная аудитория**

1. Пекарня производит пироги и продаёт их магазинам по оптовой цене (она постоянна в течение дня, но в разные дни может различаться). Цена пирога в магазине «Пекарь Плюс» всегда превышает оптовую цену на одно и то же положительное количество рублей, а цена в магазине «Звезда» всегда больше оптовой цены в одно и то же количество раз. За два дня в этих магазинах были такие цены на пирог: 64, 64, 70, 72 рубля (в каком-то порядке). Определите оптовую цену пирога в каждый из дней.
2. Решите в простых числах уравнение  $p^2 - 6pq + q^2 + 3q - 1 = 0$ .
3.  $I$  – центр вписанной окружности  $\alpha$  треугольника  $ABC$ . Описанная окружность треугольника  $ABC$  пересекает  $\alpha$  в точках  $P$  и  $Q$ . Докажите, что если  $PQ$  и  $AC$  параллельны, то треугольник  $ABC$  равнобедренный.
4. В стране живёт ровно миллион человек, причём каждый знаком хотя бы с одним жителем. После опросов сложилась парадоксальная ситуация: ровно 90% населения признались, что верят в деда Мороза, однако каждый житель может утверждать, что среди его знакомых ровно 10% верят в деда Мороза. Докажите, что кто-то из жителей знаком не менее чем с 810 людьми.



**Олимпиада  
Юношеской математической школы  
II тур. 4 декабря 2016 года  
8 класс. Выводная аудитория**

5. Валера хочет раскрасить клетки доски  $n \times n$  в  $n+1$  цвет так, чтобы в любой паре строк и в любой паре столбцов встречались клетки всех цветов. При каких  $n$  это возможно?
6. Докажите, что существует бесконечно много натуральных  $N$  таких, что многочлен  $x^8 + Nx^4 + 1$  можно разложить на множители, каждый из которых является многочленом четвёртой степени с целочисленными коэффициентами.
7. На столе лежит куча из 660 камней. За ход можно разбить любую из имеющихся куч на две меньших. При этом размеры любых двух куч, находящихся на столе одновременно, должны отличаться менее чем в два раза. Какое наибольшее количество кучек может получиться?